

一种大齿宽面齿轮传动设计方法

周镇宇^{1,2} 周元生^{2,3} 王圣晖^{2,3} 唐进元^{2,3}

(1. 中国航发湖南动力机械研究所, 株洲 412002)

(2. 中南大学 机电工程学院, 长沙 410083)

(3. 中南大学 极端服役性能精准制造国家重点实验室, 长沙 410083)

摘要:【目的】常规面齿轮存在内径根切与外径齿顶变尖现象, 使得面齿轮齿宽受到限制, 影响其承载能力的提升。提出了一种大齿宽面齿轮传动设计方法, 其主要思路是突破内径根切限制, 扩展内径处的工作齿面, 从而提升面齿轮的承载能力。【方法】首先, 分析大齿宽面齿轮的展成原理并推导齿面方程, 在此基础上, 提出大齿宽面齿轮规则齿面点的求解方法; 其次, 对内径扩展的工作齿面面积进行计算, 并分析设计参数对扩展工作齿面面积的影响规律; 最后, 对常规面齿轮与大齿宽面齿轮分别进行无负载与加载接触分析, 从接触应力、弯曲应力和传动误差3个方面进行分析结果的对比。【结果】仿真结果表明, 大齿宽面齿轮相比常规面齿轮具有更小接触应力、弯曲应力以及传动误差, 证明了大齿宽面齿轮传动方案更具优势。

关键词: 面齿轮; 大齿宽; 规则齿面点; 工作齿面面积; 接触分析

中图分类号: TH132.41 **DOI:** 10.16578/j.issn.1004.2539.XXXX.XX.001

0 引言

基于面齿轮的特殊齿形及其传动原理, 面齿轮传动具有无轴向力或轴向力很小、沿小轮轴向的安装位置误差对传动误差影响小等特点, 使得面齿轮传动在很多应用中具有装置支承简单、结构紧凑、装配调试方便等优点^[1]。

虽然面齿轮传动具有众多优点, 但由于面齿轮齿面在展成过程中存在根切与变尖现象, 导致齿宽长度受限。因此, 其承载能力难以进一步提升。为了提升承载能力, 一方面可以加大外径, 另一方面可以缩小内径。对于齿面设计来说, 加大外径只需在建模时将外径齿顶进行合适的倒角即可削去变尖部分, 而缩小内径则需要对根切以内部分的齿面进行研究。因此, 突破根切极限向内扩展齿面是需要解决的主要问题。

20世纪末, LITVIN等^[2]系统地研究了面齿轮的啮合理论, 从数学角度解释了面齿轮内径的根切与外径的齿顶变尖现象, 为面齿轮的分析和应用奠定了基础。付学中等^[3]根据非正交偏置变位斜齿面齿轮根切和齿顶变尖的限制条件, 对轮齿的内半径及外

半径进行设计, 得出了面齿轮的有效齿宽。莫帅等^[4-5]为了增加面齿轮的有效齿宽, 研究了一种任意轴交角传动且齿廓两侧压力角不等的非正交非对称面齿轮副。高凌锋等^[6]结合面齿轮与弧线齿的特点, 提出了偏置正交弧线齿面齿轮, 并对其齿面设计及根切进行了研究。陈勇等^[7-8]对弧线齿面齿轮齿面几何设计及径向齿宽特性进行研究, 探究了非正交弧线齿面齿轮的内径影响因素。冯占荣等^[9]研究了弧线齿圆柱齿轮刀具的齿线修形对弧线齿面齿轮齿面的影响, 并进行了内径分析。赵亚平等^[10]通过求解非线性方程组获得了两类界线的数值解, 建立了正交面齿轮传动啮合界线与曲率干涉界线理论。

为了评价设计齿面的接触性能, 大量学者对此进行了深入的研究。WANG等^[11-12]从齿面啮合的几何运动学视角提出一种简化的接触分析算法并应用于斜齿面齿轮传动。翁灯盐等^[13]研究了一种具有安装误差耦合的面齿轮传动精确装配有限元模型的建模方法, 对面齿轮传动承载接触特性进行了分析。李家琦等^[14-15]基于Ease-off曲面获得了完整的齿面接触形态, 为复杂齿面的拓扑设计提供了一种准确可行

收稿日期: 2025-09-21 修回日期: 2025-10-13

基金项目: 国家自然科学基金项目(52575084); 横向项目(KY-1044-2024-0622); 中南大学创新驱动研究项目(2023CXQD050)

作者简介: 周镇宇, 男, 1991年生, 江西宜春人, 高级工程师; 主要研究方向为直升机传动系统齿轮传动设计; 819027189@qq.com。

周元生(通信作者), 男, 1986年生, 湖南永州人, 博士, 教授; 主要研究方向为齿轮设计制造、数控加工; zyszby@csu.edu.cn。

引用格式: 周镇宇, 周元生, 王圣晖, 等. 一种大齿宽面齿轮传动设计方法 [J]. 机械传动, XXXX, XX (XX): 1-9.

ZHOU Zhenyu, ZHOU Yuansheng, WANG Shenghui, et al. A method for designing a large tooth width face gear transmission [J]. Journal of Mechanical Transmission, XXXX, XX (XX): 1-9.

的手段。韩昆朋等^[16]采用齿面点二维黄金分割加密方法,提出了离散齿面接触分析算法。

以上研究对面齿轮齿面进行了精细设计,但全部局限于受根切限制的常规面齿轮。本文提出了一种大齿宽面齿轮传动设计方法。分析推导了大齿宽面齿轮齿面的展成原理与方程,突破了根切限制,扩展了内径处的工作齿面,提出了大齿宽面齿轮的规则齿面点求解方法;计算分析了设计参数对扩展工作齿面面积的影响规律;通过解析和有限元方法,分别计算并对比了常规面齿轮与大齿宽面齿轮的无负载与加载接触印痕,证明了大齿宽面齿轮传动的优越性。

1 大齿宽面齿轮齿面

1.1 大齿宽面齿轮齿面展成原理

面齿轮齿面通常是由一个与圆柱齿轮类似的插齿刀展成加工得到。如图1所示,插齿刀轴线与面齿轮轴线相交于一点,插齿刀与面齿轮分别绕各自轴线旋转,同时,插齿刀沿面齿轮径向往复进给。在齿面展成过程中,面齿轮的内半径容易出现根切现象。齿面上出现奇异点是加工过程中可能产生根切的一种警告,从数学角度解释为

$$\mathbf{v}_r^{(2)} = \mathbf{v}_r^{(s)} + \mathbf{v}^{(s2)} = 0 \quad (1)$$

式中, $\mathbf{v}_r^{(2)}$ 为接触点在面齿轮齿面上的滑动速度; $\mathbf{v}_r^{(s)}$ 为接触点在插齿刀齿面上的滑动速度; $\mathbf{v}^{(s2)}$ 为插齿刀与面齿轮在接触点的相对速度。

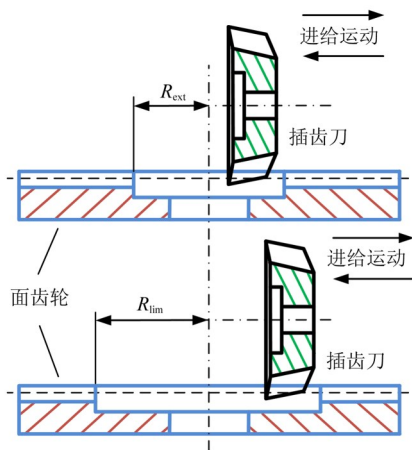


图1 面齿轮齿面展成过程

Fig. 1 Generation process of face gear tooth surface

根据式(1),可以计算根切点的齿面参数,确定根切极限半径 R_{lim} (图1)。

理论上,小于根切极限半径的齿面会存在根切现象,插齿刀在展成过程中会去除更多的齿面材料,但仍会存在一部分可用的工作齿面。因此,如果不考虑根切限制,面齿轮的内径可以进一步向内扩展,从而获得更多可用的工作齿面(图1),其中 R_{ext} 表示

小于根切半径的内径值。由于面齿轮内径得到了扩展,因此,齿宽相比常规面齿轮可以设计得更长。

1.2 大齿宽面齿轮齿面方程

由第1.1节内容可知,内径扩展后的大齿宽面齿轮与受根切限制的常规面齿轮在齿面展成方式上并无区别。因此,大齿宽面齿轮齿面同样由工作齿面与过渡齿面两部分组成。

根据插齿刀包络面齿轮的运动关系,建立面齿轮齿面展成坐标系,如图2所示。其中, $S_s(x_s, y_s, z_s)$ 和 $S_m(x_m, y_m, z_m)$ 分别是与插齿刀固结的动坐标系以及插齿刀与机床机座固结的静坐标系; $S_2(x_2, y_2, z_2)$ 和 $S_p(x_p, y_p, z_p)$ 分别是和面齿轮固结的动坐标系以及面齿轮与机床机座固结的静坐标系;插齿刀绕轴线 z_s 旋转角度为 φ_s ; 面齿轮绕轴线 z_2 旋转角度为 φ_2 。两齿轮旋转的角度有以下关系

$$\frac{\varphi_s}{\varphi_2} = \frac{N_2}{N_s} \quad (2)$$

式中, N_2 和 N_s 分别为面齿轮和插齿刀的齿数。

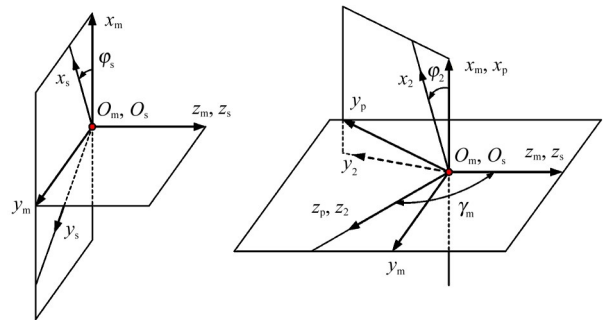


图2 面齿轮齿面展成坐标系

Fig. 2 Coordinate system for tooth surface generation

根据图2可得,面齿轮工作齿面在 S_2 中可以表示为

$$\begin{cases} \mathbf{r}_2(u_r, u_z, \varphi_s) = \mathbf{M}_{2s}(\varphi_s) \cdot \mathbf{r}_s(u_r, u_z) \\ f_{2s}(u_r, u_z, \varphi_s) = \mathbf{N}_s(u_r, u_z) \cdot \mathbf{v}_s^{(s2)}(\varphi_s) = 0 \end{cases} \quad (3)$$

式中, \mathbf{r}_s 为插齿刀齿面方程; u_r 和 u_z 分别为齿廓和齿向参数; \mathbf{N}_s 为插齿刀齿面法向量; \mathbf{M}_{2s} 为插齿刀坐标系到面齿轮坐标系的齐次坐标变换矩阵; $\mathbf{v}_s^{(s2)}$ 为插齿刀和面齿轮在包络过程中表示在坐标系 S_s 下的相对速度; $f_{2s}(u_r, u_z, \varphi_s)$ 为插齿刀包络面齿轮的啮合方程。根据啮合方程可以得到3个参数 u_r 、 u_z 、 φ_s 间的关系。将 u_z 用 u_r 和 φ_s 两个参数表示,则面齿轮的工作齿面方程为

$$\mathbf{r}_2[u_r, u_z(u_r, \varphi_s), \varphi_s] = \mathbf{r}_2(u_r, \varphi_s) \quad (4)$$

面齿轮的过渡曲面由插齿刀的齿顶棱边扫掠得到。假设插齿刀齿顶棱边对应的齿廓参数为 $u_r = u_{r1}$, 则通过坐标变换得到的面齿轮过渡曲面方程为

$$\mathbf{r}_2^*(u_{r1}, u_z, \varphi_s) = \mathbf{M}_{2s} \cdot \mathbf{r}_s(u_{r1}, u_z) \quad (5)$$

$$\begin{cases} \sqrt{r_{2x}^*(u_z, \varphi_s^*)^2 + r_{2y}^*(u_z, \varphi_s^*)^2} = R \\ r_{2z}^*(u_z, \varphi_s^*) = h \end{cases} \quad (7)$$

如果 $R_1 < R < R_2$, 说明待求点位于根切点以内存在工作齿面的区间。此时需要根据式(8)计算与待求点具有相同半径的过渡曲线点, 即

$$\begin{cases} r_{2x}(u_r, \varphi_s) = r_{2x}^*(u_z, \varphi_s^*) \\ r_{2y}(u_r, \varphi_s) = r_{2y}^*(u_z, \varphi_s^*) \\ r_{2z}(u_r, \varphi_s) = r_{2z}^*(u_z, \varphi_s^*) \\ \sqrt{r_{2x}(u_r, \varphi_s)^2 + r_{2y}(u_r, \varphi_s)^2} = R \end{cases} \quad (8)$$

当待求点的高度值 h 小于过渡曲线点的高度值时, 说明待求点属于过渡齿面, 根据式(7)计算齿面参数。当待求点的高度值 h 大于过渡曲线点的高度值时, 说明待求点属于工作齿面, 则根据式(9)计算齿面参数, 即

$$\begin{cases} \sqrt{r_{2x}(u_r, \varphi_s)^2 + r_{2y}(u_r, \varphi_s)^2} = R \\ r_{2z}(u_r, \varphi_s) = h \end{cases} \quad (9)$$

如果 $R_2 < R$, 说明待求点位于根切点以外的齿面区间。此时需要根据式(10)计算与待求点具有相同半径的过渡曲线点, 即

$$\begin{cases} u_r = u_{r1} \\ \sqrt{r_{2x}(u_r, \varphi_s)^2 + r_{2y}(u_r, \varphi_s)^2} = R \end{cases} \quad (10)$$

当待求点的高度值 h 小于过渡曲线点的高度值时, 说明待求点属于过渡齿面, 根据式(7)计算齿面参数。当待求点的高度值 h 大于过渡曲线点的高度值时, 说明待求点属于工作齿面, 则根据式(9)计算齿面参数。

以表1中的参数为例, 计算大齿宽面齿轮齿面。由式(1)计算的根切极限半径为67.9 mm, 实际内半径取65 mm, 外半径超过变尖半径。因此, 在外半径齿端面齿顶处进行沿齿长6 mm、端面齿高1 mm的倾斜倒角。图7所示为大齿宽面齿轮规则齿面, 红色区域为根切半径以内扩展的工作齿面。

表1 大齿宽面齿轮基本参数

Tab. 1 Basic parameters of large tooth width face gear

基本参数	数值
插齿刀齿数	28
面齿轮齿数	47
模数/mm	3
压力角/(°)	25
螺旋角/(°)	0
轴交角/(°)	90
根切极限半径/mm	67.9
内半径/mm	65
外半径/mm	83

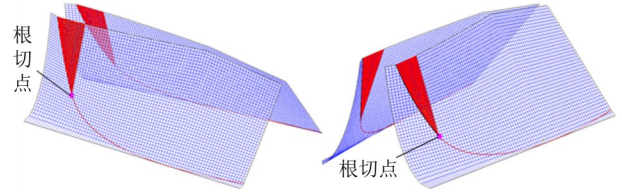


图7 大齿宽面齿轮齿面

Fig. 7 Tooth surface of large tooth width face gear

2 设计参数对扩展工作齿面面积的影响规律

2.1 扩展工作齿面面积计算

由于大齿宽面齿轮相比常规面齿轮具有更大的工作齿面, 因此, 可以承受负载的面积更大。显然, 内径扩展的工作齿面面积越大, 越有利于提升面齿轮强度。为了分析设计参数对扩展齿面面积的影响规律, 首先需要计算扩展齿面的面积。由图7可知, 扩展的工作齿面是由过渡曲线以及位于齿顶且半径与根切点相同的点围成的三角形区域。为了便于计算, 将该区域的边界旋转投影到轴截平面上, 形成由一系列离散点组成的平面多边形, 如图8所示。以该平面多边形的面积作为扩展工作齿面面积的量化指标。

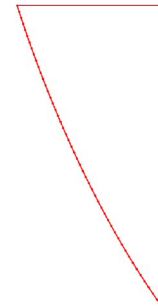


图8 扩展工作齿面的边界投影

Fig. 8 Boundary projection of extended working tooth surface

计算多边形的面积可采用高斯面积公式, 也称为鞋带公式。假设由一系列点围成的多边形的坐标为 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3) \dots (x_n, y_n)$, 其中, (x_n, y_n) 等于 (x_1, y_1) , 形成闭合。那么, 该多边形的面积为

$$S = \frac{1}{2} \left| \sum_{i=1}^n \det \begin{pmatrix} x_i & x_{i+1} \\ y_i & y_{i+1} \end{pmatrix} \right| \quad (11)$$

为了提高计算效率、同时保证精度, 应尽可能采用少的点进行计算。随着点数增加, 当本次计算的面积与上一次计算的面积相差 0.1 mm^2 时, 可认为边界点数是足够的。

2.2 扩展工作齿面面积的变化规律

为了使扩展工作齿面的面积尽可能大, 有必要对影响其大小的设计参数进行规律分析。本文主要对插齿刀与面齿轮的齿数比、模数、压力角、螺旋

角和轴交角进行分析。其中, 齿数比的变化范围为1~8, 模数的变化范围为1~6 mm, 压力角的变化范围为 20° ~ 30° , 螺旋角的变化范围为 0° ~ 30° , 轴交角的变化范围为 50° ~ 170° 。1个参数变化时, 其余参数如表1所示。

图9~图13所示为不同设计参数对扩展工作齿面面积的影响规律。

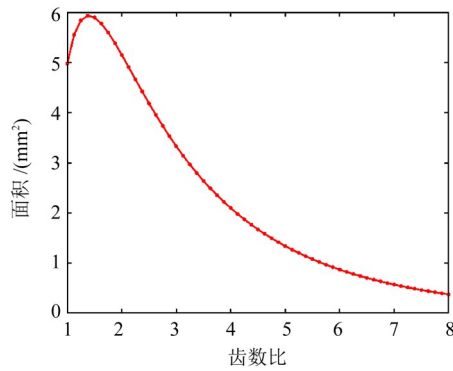


图9 齿数比对扩展工作齿面面积的影响规律

Fig. 9 Influence law of the gear ratio on the expanded working tooth surface area

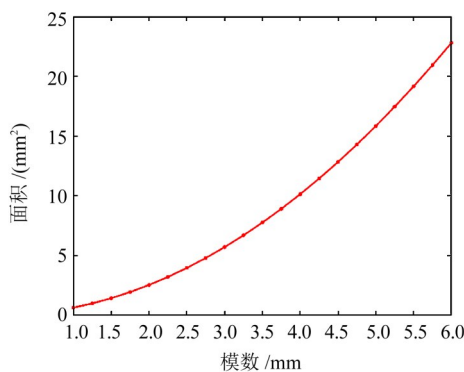


图10 模数对扩展工作齿面面积的影响规律

Fig. 10 Influence law of the module on the expanded working tooth surface area

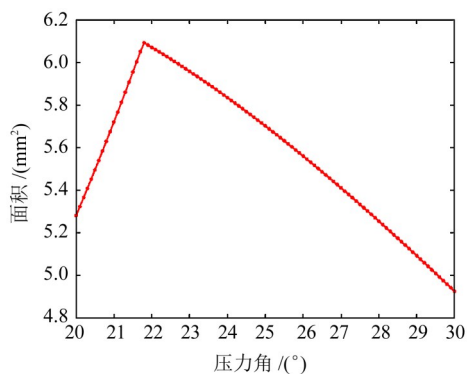


图11 压力角对扩展工作齿面面积的影响规律

Fig. 11 Influence law of the pressure angle on the expanded working tooth surface area

由图可知, 扩展工作齿面的面积在齿数比变化范围的大部分区间是随着齿数比增大而减小的, 齿

数比为1.392 9(插齿刀齿数28, 面齿轮齿数39)时的面积最大; 扩展工作齿面的面积随着模数的增大而增大; 扩展工作齿面的面积随着压力角的增大先增加后减小且呈近似线性变化, 压力角为 $21.786 8^{\circ}$ 时的面积最大; 扩展工作齿面的面积随着螺旋角的增大而增大; 扩展工作齿面的面积随着轴交角的增大而增大, 在小轴交角范围内增速较慢, 在大轴交角范围内增速较快。

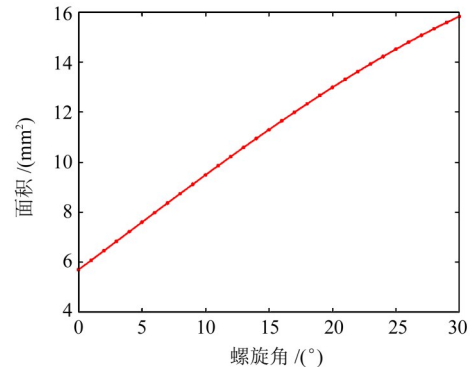


图12 螺旋角对扩展工作齿面面积的影响规律

Fig. 12 Influence law of the helix angle on the expanded working tooth surface area

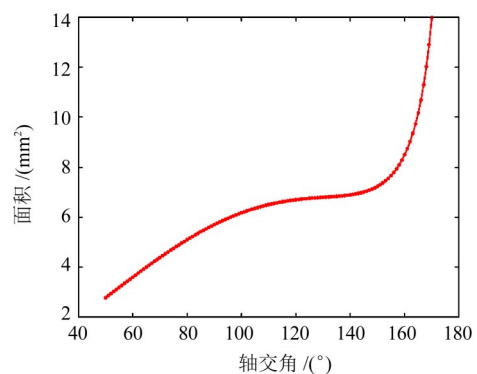


图13 轴交角对扩展工作齿面面积的影响规律

Fig. 13 Influence law of the shaft angle on the expanded working tooth surface area

综上, 在设计大齿宽面齿轮时可以在满足硬性要求(比如对齿数比、轴交角配置、面齿轮尺寸有要求)的前提下, 根据上述规律对其余参数进行选优, 尽可能使扩展工作齿面的面积最大。比如, 选用较大的模数和螺旋角, 一方面可以增加工作齿面的面积, 同时也可以增加齿轮强度; 当然也需要考虑对其他方面性能的要求, 优选出一个合适的设计方案。

3 大齿宽面齿轮齿面接触分析

3.1 无负载接触分析

为了证明大齿宽面齿轮相比常规面齿轮在齿面承载能力方面更有优势, 需要进行齿面接触分析。在相同的齿面设计参数下, 如果接触印痕可以扩展

到大齿宽面齿轮内径扩展的齿面部分,那么,接触印痕在常规面齿轮的内径处就会被截断。因此,在进行加载接触分析前,可先进行无负载接触分析,模拟齿轮副滚检时的接触情况。

两个齿面接触需要满足相切条件,假设 Σ_1 和 Σ_2 分别为小轮和面齿轮齿面,它们的齿面点和单位法向量分别为 $r_i(u_i, v_i, \varphi_i)$ 和 $n_i(u_i, v_i, \varphi_i)$,其中, u_i 和 v_i 是 Σ_i 的齿面参数; φ_i 是 Σ_i 在啮合过程中的运动参数。那么,齿面接触方程可以在同一坐标系下表示为

$$\begin{cases} r_1(u_1, v_1, \varphi_1) = r_2(u_2, v_2, \varphi_2) \\ n_1(u_1, v_1, \varphi_1) = n_2(u_2, v_2, \varphi_2) \end{cases} \quad (12)$$

式(12)含有6个变量和6个标量方程,由于单位法向量 n_i 的模长为1,因此,实际上式(12)是一个包含6个变量和5个独立标量方程的方程组。如果给定小轮的运动参数 φ_1 ,则式(12)变为具有5个未知数和5个独立标量方程的有唯一解的方程组。

一对齿面在啮合时会因受力变形在接触点附件产生一种近似椭圆形的接触印痕,实际齿轮副在滚检时通常会在一对接触齿面上涂抹一层具有一定厚度的染料用来模拟齿面受载时产生的弹性变形。为了计算这种椭圆形的接触印痕,一般需要计算啮合齿面在接触点位置的主曲率和主方向,然后根据主曲率和主方向计算椭圆的长轴、短轴和它们的方向。假设小轮齿面在接触点的主曲率分别为 κ_1^p 和 κ_2^p ;主方向分别为 e_1^p 和 e_2^p ;面齿轮齿面在接触点的主曲率分别为 κ_1^g 和 κ_2^g ;主方向分别为 e_1^g 和 e_2^g ; δ 为染料厚度。则接触椭圆的长半轴 a 和短半轴 b 长度分别为

$$\begin{cases} a = \sqrt{|\delta/A|} \\ b = \sqrt{|\delta/B|} \\ A = \frac{1}{4} (k_1 - k_2 - \sqrt{g_1^2 - 2g_1g_2 \cos 2\sigma + g_2^2}) \\ B = \frac{1}{4} (k_1 - k_2 + \sqrt{g_1^2 - 2g_1g_2 \cos 2\sigma + g_2^2}) \\ k_1 = \kappa_1^p + \kappa_2^p \\ k_2 = \kappa_1^g + \kappa_2^g \\ g_1 = \kappa_1^p - \kappa_2^p \\ g_2 = \kappa_1^g - \kappa_2^g \\ \sigma = \arccos(e_1^p \cdot e_1^g) \end{cases} \quad (13)$$

以表2中的常规与大齿宽面齿轮副参数为例,对常规面齿轮和大齿宽面齿轮分别进行无负载接触分析, $\delta=0.00635$ mm,结果分别如图14和图15所示。

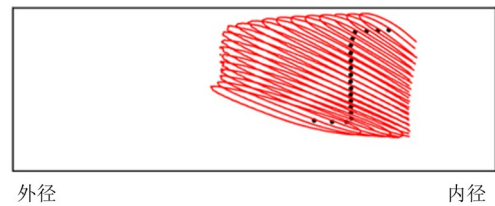
通过比较常规面齿轮与大齿宽面齿轮的接触印痕可以发现,由于大齿宽面齿轮内径得到了延伸,因此,接触椭圆在齿面上是完整的;而常规面齿轮的齿宽较短,使得接触椭圆被内径边界截断。这说明,通

过扩展内径工作齿面保证接触椭圆完整是可行的。

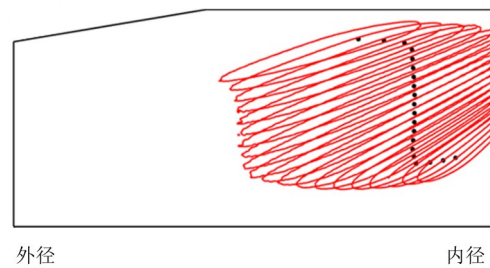
表2 常规与大齿宽面齿轮副参数

Tab. 2 Parameters of conventional and large tooth width face gear pairs

基本参数	常规面齿轮	大齿宽面齿轮
插齿刀齿数	29	29
小轮齿数	28	28
面齿轮齿数	47	47
模数/mm	3	3
压力角/(°)	25	25
螺旋角/(°)	0	0
轴交角/(°)	90	90
小轮齿宽/mm	20	20
小轮齿顶修形量/ μm	20	20
小轮齿顶修形高度/mm	1	1
小轮齿顶修形方式	弧形修形	弧形修形
根切极限半径/mm	68	68
内半径/mm	68.1	66
外半径/mm	83	83
面齿轮齿宽/mm	14.9	17



(a) 小轮接触印痕



(b) 面齿轮接触印痕

图14 常规面齿轮接触印痕

Fig. 14 Contact pattern of the conventional face gear

3.2 加载接触分析

为进一步验证大齿宽面齿轮相比常规面齿轮具有更大的承载能力,采用有限元分析法对面齿轮副进行加载接触分析。

如图16所示,仿真采用7齿模型,小轮共有1 100 000个六面体单元,面齿轮共有1 120 000个六面体单元。

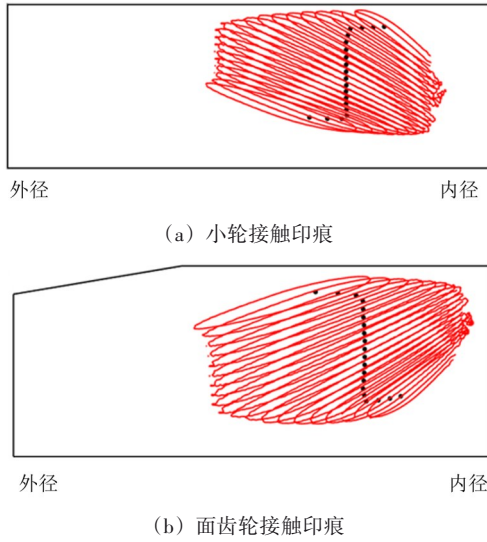


图 15 大齿宽面齿轮接触印痕

Fig. 15 Contact pattern of the large tooth width face gear

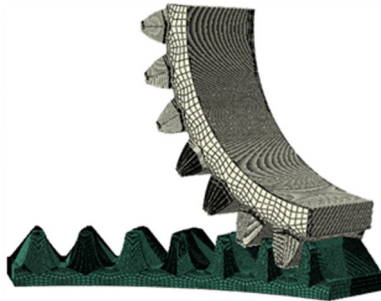


图 16 面齿轮副有限元模型

Fig. 16 Finite element model of a face gear pair

材料属性为弹性模量 206 GPa, 泊松比 0.3, 给面齿轮施加负载转矩 $300 \text{ N}\cdot\text{m}$ 。在小轮轴线上设置一参考点并与基体两端面以及内孔面耦合, 在面齿轮轴线上设置一参考点并与基体两端面以及底面耦合, 如图 17 所示。

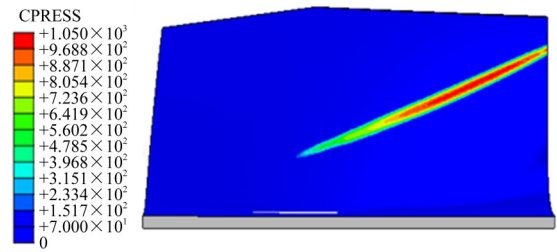


图 17 设置耦合约束

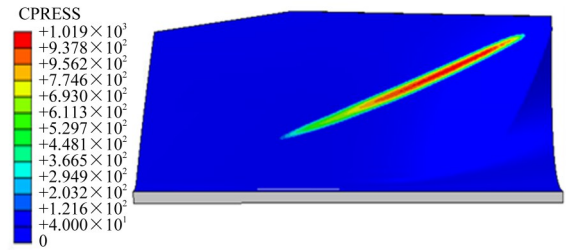
Fig. 17 Set coupling constraints

图 18 所示为常规面齿轮与大齿宽面齿轮在相同啮合时刻的接触印痕。常规面齿轮齿面最大接触应力为 1050 MPa , 大齿宽面齿轮由于内径扩展可以得到完整的接触椭圆, 齿面最大接触应力降为 1019 MPa 。图 19 所示为常规面齿轮与大齿宽面齿轮

在相同啮合时刻的齿根弯曲应力云图。常规面齿轮齿根最大弯曲应力为 130.2 MPa , 大齿宽面齿轮齿根最大弯曲应力为 109 MPa 。图 20 所示为常规面齿轮与大齿宽面齿轮的传动误差对比。常规面齿轮的传动误差幅值为 6.2 arcsec , 大齿宽面齿轮的传动误差幅值为 4.7 arcsec 。



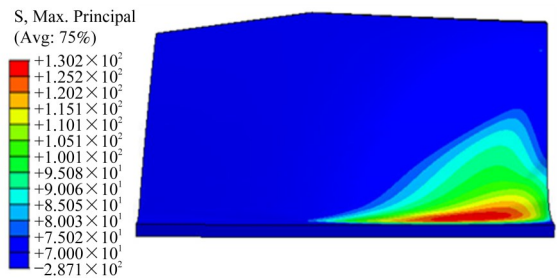
(a) 常规面齿轮接触印痕



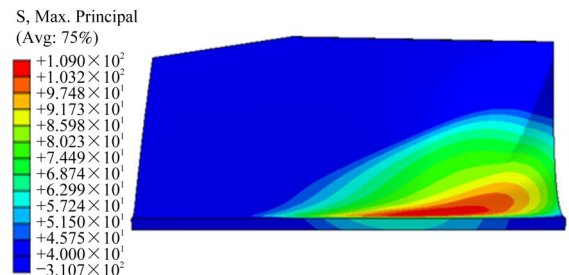
(b) 大齿宽面齿轮接触印痕

图 18 接触应力对比

Fig. 18 Comparison of the contact stress



(a) 常规面齿轮接触印痕

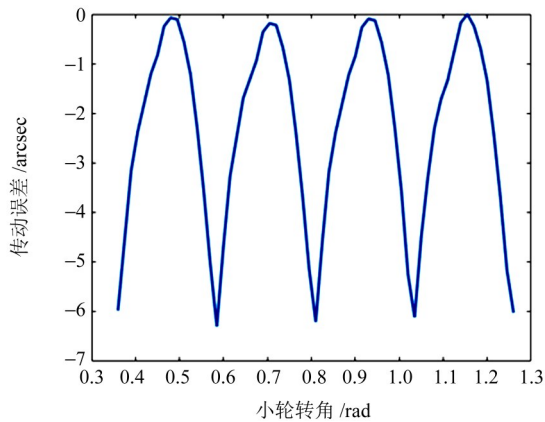


(b) 大齿宽面齿轮接触印痕

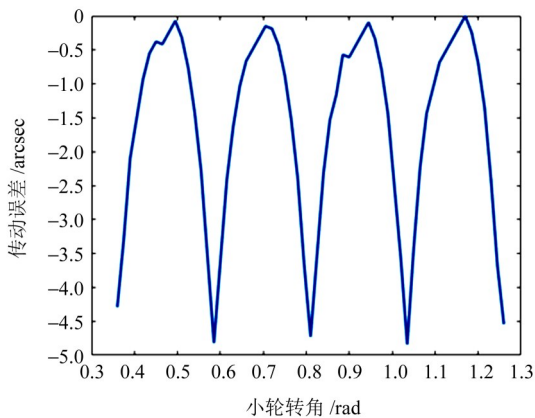
图 19 弯曲应力对比

Fig. 19 Comparison of the bending stress

综上, 由于大齿宽面齿轮相比常规面齿轮具有更大的承受负载的工作齿面, 因此, 在接触强度、弯曲强度和传动精度方面都更具有优势。



(a) 常规面齿轮副



(b) 大齿宽面齿轮副传动误差

图 20 传动误差对比

Fig. 20 Comparison of the transmission error

4 结论

1) 从大齿宽面齿轮的展成原理出发, 推导了大齿宽面齿轮的齿面方程, 提出了一种大齿宽面齿轮规则齿面点的求解方法。

2) 利用高斯面积公式计算扩展工作齿面旋转投影后的平面多边形的面积; 分析了齿数比、模数、压力角、螺旋角和轴交角 5 个设计参数对扩展工作齿面面积的影响规律。其中, 扩展工作齿面的面积随着模数、螺旋角和轴交角的增大而增大; 随着齿数比的增大而减小; 随着压力角的增大先增大后减小。

3) 采用解析法对常规面齿轮与大齿宽面齿轮进行了无负载接触分析。印痕结果表明, 接触椭圆可以延伸到大齿宽面齿轮内径处扩展的工作齿面部分, 而在常规面齿轮的内径处会被截断; 采用有限元分析法对常规面齿轮与大齿宽面齿轮进行加载接触分析, 由于接触椭圆在常规面齿轮内径处被截断, 使得齿面单位面积承受的载荷与变形更大, 造成齿面接触应力、弯曲应力与传动误差更大。通过仿真结果对比, 证明了大齿宽面齿轮相比常规面齿轮更具优势。

参 考 文 献

- [1] GOLDSTEIN M. Cylkro face gears: dutch design and Swiss ingenuity case transmission breakthrough[J]. Gear Technology, 2010, 27(8):12-17.
- [2] LITVIN F L, FUENTES A. Gear Geometry and Applied Theory [M]. 2nd ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2004: 103-107.
- [3] 付学中, 何厚冰, 刘旭东, 等. 非正交偏置变位一体化的斜齿面齿宽设计[J]. 吉林大学学报(工学版), 2025, 55(4): 1207-1214.
FU Xuezhong, HE Houbing, LIU Xudong, et al. Tooth width design of helical face gear with non-orthogonal offset modification integration [J]. Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition), 2025, 55(4): 1207-1214.
- [4] 莫帅, 罗炳睿, 王赛赛, 等. 非正交非对称面齿轮啮合原理与齿面设计[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2022, 53(6): 2039-2048.
MO Shuai, LUO Bingrui, WANG Saisai, et al. Meshing principle and tooth surface design of non-orthogonal asymmetric face gear [J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2022, 53(6): 2039-2048.
- [5] 莫帅, 唐文杰, 朱晟平, 等. 偏置非对称面齿轮啮合原理及复杂共轭齿面精准设计[J]. 机械传动, 2021, 45(9): 68-74.
MO Shuai, TANG Wenjie, ZHU Shengping, et al. Meshing principle of offset asymmetric face gear and precise design of complex conjugate tooth surface [J]. Journal of Mechanical Transmission, 2021, 45(9): 68-74.
- [6] 高凌锋, 冯占荣, 熊光劲, 等. 偏置正交弧线齿面齿面设计及根切研究[J]. 航空动力学报, 2022, 37(4): 869-876.
GAO Lingfeng, FENG Zhanrong, XIONG Guangjin, et al. Tooth surface design and undercutting research of offset orthogonal arc tooth face gear [J]. Journal of Aerospace Power, 2022, 37(4): 869-876.
- [7] 陈勇, 冯占荣, 盛伟, 等. 非正交弧线齿面齿面设计及根切研究[J]. 航空动力学报, 2020, 35(5): 1081-1088.
CHEN Yong, FENG Zhanrong, SHENG Wei, et al. Research on tooth surface design and undercutting of non-orthogonal arc tooth face-gears [J]. Journal of Aerospace Power, 2020, 35(5): 1081-1088.
- [8] 盛伟, 王利霞, 冯占荣, 等. 弧线齿面齿面几何设计及径向齿宽特性[J]. 航空动力学报, 2019, 34(4): 796-803.
SHENG Wei, WANG Lixia, FENG Zhanrong, et al. Geometrical design of tooth surface and characteristics of radial tooth width for face gear with arc tooth [J]. Journal of Aerospace Power, 2019, 34(4): 796-803.
- [9] 冯占荣, 陈勇, 赵玉龙, 等. 小齿轮齿线修形对弧线齿面齿面影响分析[J]. 机械传动, 2022, 46(1): 50-55.
FENG Zhanrong, CHEN Yong, ZHAO Yulong, et al. Analysis of influence of pinion tooth trace modification on tooth surface of

- curved tooth face gear [J]. *Journal of Mechanical Transmission*, 2022, 46(1): 50-55.
- [10] 赵亚平, 娄海青. 正交面齿轮传动的两类界线[J]. *哈尔滨工程大学学报*, 2024, 45(4): 764-770.
ZHAO Yaping, LOU Haiqing. Two types of boundary line of orthogonal face gear drives [J]. *Journal of Harbin Engineering University*, 2024, 45(4): 764-770.
- [11] WANG S H, ZHOU Y S, CHU C H, et al. Novel kinematic and geometric views for improving tooth contact analysis of spatial gears [J]. *Journal of Computational Design and Engineering*, 2022, 9(3): 1076-1096.
- [12] WANG S H, HU B, WU Z Y, et al. A comprehensive optimization model of tooth surface parameters for the minimization of contact stress of helical face gears by considering the avoidance of edge contact [J]. *Mathematics*, 2022, 10(17): 3102.
- [13] 翁灯盐, 沈云波, 徐伟俊. 安装误差耦合的面齿轮承载接触特性分析[J]. *机械传动*, 2024, 48(12): 35-41.
WENG Dengyan, SHEN Yunbo, XU Weijun. Analysis of bearing contact characteristics of face gear drives with coupling installation errors [J]. *Journal of Mechanical Transmission*, 2024, 48(12): 35-41.
- [14] 李家琦, 郭玉梁, 魏冰阳, 等. 曲面综合法复杂齿面啮合仿真分析方法研究[J]. *机械传动*, 2022, 46(11): 16-20.
LI Jiaqi, GUO Yuliang, WEI Bingyang, et al. Research on meshing simulation analysis method for complex flanks based on surface synthesis method [J]. *Journal of Mechanical Transmission*, 2022, 46(11): 16-20.
- [15] 李家琦, 宋聪聪, 魏冰阳. 基于Ease-off拓扑的多目标正交试验仿真与修形参数设计[J]. *机械传动*, 2022, 46(2): 42-47.
LI Jiaqi, SONG Congcong, WEI Bingyang. Multi-objective orthogonal test simulation and modification parameter design based on Ease-off topology [J]. *Journal of Mechanical Transmission*, 2022, 46(2): 42-47.
- [16] 韩昆朋, 杨建军. 准双曲面齿轮实际齿面接触分析与调整计算[J]. *机械传动*, 2023, 47(4): 146-150.
HAN Kunpeng, YANG Jianjun. Tooth contact analysis and adjustment calculation of real tooth surfaces of hypoid gears [J]. *Journal of Mechanical Transmission*, 2023, 47(4): 146-150.

A method for designing a large tooth width face gear transmission

ZHOU Zhenyu^{1,2} ZHOU Yuansheng^{2,3} WANG Shenghui^{2,3} TANG Jinyuan^{2,3}

(1. China Aviation Industry Corporation (AVC) Hunan Power Mechanics Research Institute, Zhuzhou 412002, China)

(2. College of Mechanical and Electrical Engineering, Central South University, Changsha 410083, China)

(3. State Key Laboratory of Precision Manufacturing for Extreme Service Performance, Central South University, Changsha 410083, China)

Abstract: [Objective] Due to the phenomenon of undercutting at inner diameter and tipping at outer diameter in conventional face gears, the tooth width of face gears is limited, further affecting the improvement of their load-bearing capacity. To this end, a large tooth width face gear transmission design was proposed, which mainly breaks through the restriction of undercutting at inner diameter, expands the working tooth surface at the inner diameter, and thus improves the load-bearing capacity of the face gear. [Methods] Firstly, the enveloping principle of large tooth width face gears was analyzed and the tooth surface equation was derived. Based on this, a solution method for the regular tooth surface points of large tooth width face gears was proposed; Then, the expanded working tooth surface area at the inner diameter was calculated, and the influence of design parameters on the expanded working tooth surface area was analyzed; Finally, no-load and loaded tooth contact analysis were conducted on conventional face gears and large tooth width face gears, and the results were compared from three aspects: contact stress, bending stress, and transmission error. [Results] The simulation results show that the large tooth width face gears have smaller contact stress, bending stress, and transmission error compared to conventional face gears, proving that the transmission scheme of large tooth width face gears is more advantageous.

Key words: Face gear; Large tooth width; Regular tooth points; Working tooth surface area; Contact analysis